

**Перспективная модель измерительных материалов
для государственной итоговой аттестации
по программам основного общего образования**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 23 задания. Часть 1 содержит 17 заданий с кратким ответом. Часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Для заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 13–16, 21, 22).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

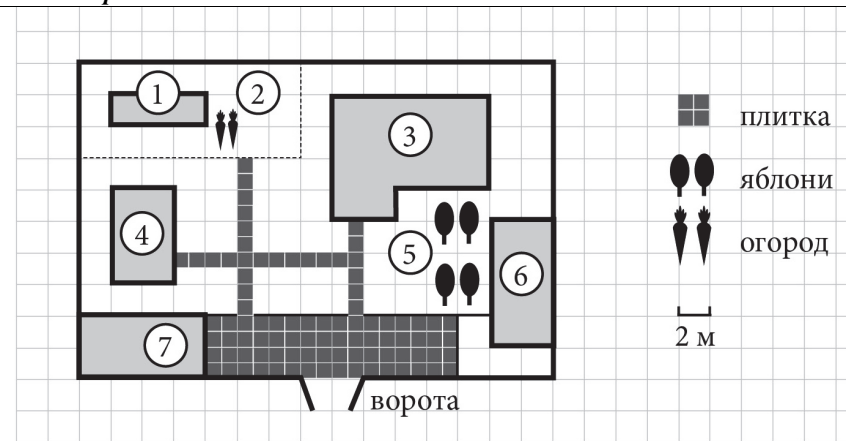
ФИПИ. 2019 г.

НЕ БУДЕТ использоваться при проведении ОГЭ 2019 г.

Часть 1

Ответами к заданиям 1–17 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м×1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

ФИПИ. 2019 г.

НЕ БУДЕТ использоваться при проведении ОГЭ 2019 г.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры				

Ответ: _____.

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа/ сред. потребл. мощность	Стоимость газа/электроэнергии.
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 руб./ (кВт · ч)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?

Ответ: _____.

- 6 В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 8 спортсменов из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: _____.

- 7 Мощность обогревателя (в ваттах) можно вычислить по формуле $P = \frac{U^2}{R}$, где U — напряжение в сети (в вольтах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите мощность обогревателя, включённого в сеть с напряжением 220 В, если сопротивление обогревателя равно 25 Ом. Ответ дайте в ваттах.

Ответ: _____.

8

Найдите значение выражения $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5}$.

Ответ: _____.

9

Решите уравнение $x^2 + 3x - 10 = 0$.
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

10

Найдите значение выражения $5^{-7} \cdot (5^5)^2$.

Ответ: _____.

11

Установите соответствие между функциями и их графиками.

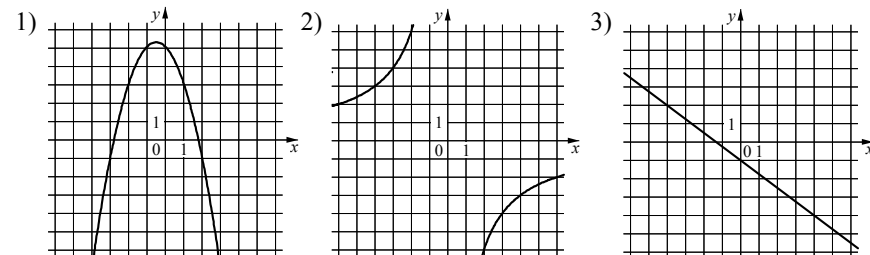
ФУНКЦИИ

A) $y = -x^2 - x + 5$

Б) $y = -\frac{3}{4}x - 1$

В) $y = -\frac{12}{x}$

ГРАФИКИ



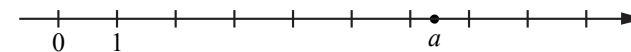
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12

На координатной прямой отмечено число a .



Какие из утверждений для этого числа являются верными?

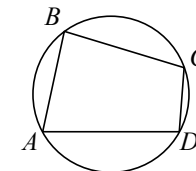
- 1) $a - 4 < 0$ 2) $a - 6 > 0$ 3) $6 - a > 0$ 4) $7 - a > 0$

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответа без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

13

Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 82° , а угол B равен 89° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

14

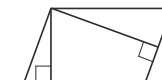
На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

15

Площадь параллелограмма равна 40, а две его стороны равны 5 и 10. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



Ответ: _____.

16

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 2) Диагонали ромба равны.
- 3) Синус любого острого угла меньше единицы.

В ответ запишите номера выбранных вариантов ответа без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

17

Вика решила начать делать зарядку каждое утро. В первый день она сделала 30 приседаний, а в каждый следующий день она делала на одно и то же количество приседаний больше, чем в предыдущий день. За 15 дней она сделала всего 975 приседаний. Сколько приседаний сделала Вика на пятый день?

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 18–23 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

18

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

19

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Лампочки перегорают независимо друг от друга.

- а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.
- б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки.

20

Постройте график функции

$$y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}.$$

Определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

21

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C .

- а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику APK .
- б) Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, $AP = 4$, $PC = 8$, $BC = 10$.

22 Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 28.

23 На доске написано более 54, но менее 72 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике**Часть 1**

За правильный ответ на каждое из заданий 1–17 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	3461
2	23
3	68
4	10
5	500
6	0,35
7	1936
8	0,9
9	2
10	125
11	132
12	24
13	98
14	12
15	8
16	13
17	50

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

18

Решите уравнение $\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$

Решение.

Сложив два уравнения системы, получаем $5x^2 = 5$; $x^2 = 1$, откуда $x = -1$ или $x = 1$.

При $x^2 = 1$ получаем $3 + y = 4$, откуда $y = 1$.

Решения системы уравнений: $(-1; 1)$ и $(1; 1)$.

Ответ: $(1; 1)$; $(-1; 1)$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

19

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Считайте, что лампочки перегорают независимо друг от друга.

а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.

б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки.

Решение.

а) Вероятность того, что каждая отдельная лампочка не перегорит, равна 0,8. Поскольку лампочки перегорают независимо друг от друга, вероятность того, что за год не перегорит ни одна из них равна $0,8^3 = 0,512$.

б) Занумеруем лампочки в люстре. Вероятность того, что за год в люстре перегорят первая и вторая лампочки, а третья не перегорит, равна $0,2^2 \cdot 0,8 = 0,032$. Аналогично, вероятность того, что в люстре перегорят первая и третья лампочки, а вторая не перегорит, равна 0,032. Вероятность

того, что в люстре перегорят вторая и третья лампочки, а первая не перегорит, также равна 0,032.

Значит, вероятность того, что в течение года перегорят ровно 2 лампочки, равна $0,032 \cdot 3 = 0,096$.

Ответ: а) 0,512; б) 0,096.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ в пункте а и б
1	Обоснованно получен верный ответ в пунктах а или б
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

20

Постройте график функции

$$y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}.$$

Определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$$

При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид:

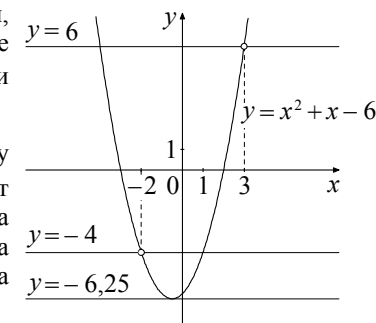
$$y = x^2 + x - 6,$$

её график — парабола с ветвями, направленными вверх, и вершиной в точке $(-0,5; -6,25)$, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколота. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.

Ответ: $c = -6,25$; $c = -4$; $c = 6$.



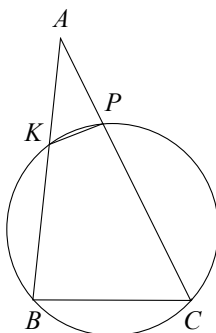
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

21

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C .

- а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику APK .
 б) Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, $AP = 4$, $PC = 8$, $BC = 10$.

Решение.



- а) Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC + \angle KPC = 180^\circ$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180° . Получаем, что $\angle KBC = \angle APK$. В треугольниках ABC и APK угол A — общий, $\angle KBC = \angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны.
 б) Из подобия треугольников ABC и APK находим:

$$\frac{AK}{AC} = \frac{KP}{BC},$$

откуда $KP = BC \cdot \frac{AK}{AC} = BC \cdot \frac{AK}{AP + PC} = 5$.

Ответ: 5.

ФИПИ. 2019 г.

НЕ БУДЕТ использоваться при проведении ОГЭ 2019 г.

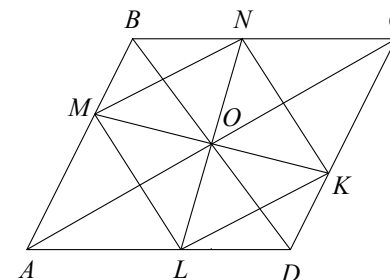
Баллы	Содержание критерия
3	Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b
2	Получен обоснованный ответ в пункте b , ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки
1	Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
3	<i>Максимальный балл</i>

22

Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 28.

Решение.

Пусть вершины M , N , K и L ромба $MNKL$ расположены соответственно на сторонах AB , BC , CD и AD параллелограмма $ABCD$, а стороны MN и KN ромба соответственно параллельны диагоналям AC и BD параллелограмма, причём $\frac{AC}{BD} = 28$ (см. рис.).



Пусть угол между диагоналями параллелограмма равен α , тогда

ФИПИ. 2019 г.

НЕ БУДЕТ использоваться при проведении ОГЭ 2019 г.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \alpha, \quad S_{KLMN} = MN \cdot KN \sin \alpha = MN^2 \sin \alpha,$$

$$\text{откуда получаем: } \frac{S_{KLMN}}{S_{ABCD}} = \frac{2MN^2}{AC \cdot BD}.$$

Заметим, что центр ромба совпадает с центром O параллелограмма.

Поскольку ON — биссектриса треугольника BOC , получаем, что

$$\frac{BN}{CN} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{28}, \quad \frac{BN}{BC} = \frac{1}{29}.$$

Из подобия треугольников BMN и BAC находим: $MN = \frac{1}{29} AC$.

Следовательно,

$$\frac{S_{KLMN}}{S_{ABCD}} = \frac{2MN^2}{AC \cdot BD} = \frac{2 \cdot \frac{1}{841} AC^2}{AC \cdot BD} = \frac{2}{841} \cdot 28 = \frac{56}{841}.$$

Ответ: 56:841.

Баллы	Содержание критерия
3	Обоснованно получен верный ответ
2	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
1	Получен верный ответ, но решение содержит логические ошибки в рассуждениях
0	Получен верный ответ без обоснования ИЛИ решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
3	<i>Максимальный балл</i>

23

На доске написано более 54, но менее 72 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Решение.

а) Пусть на доске написано n чисел, из которых k положительных и m отрицательных. Тогда сумма всех чисел равна $-5n$, сумма всех положительных из них равна $9k$, а сумма всех отрицательных равна $-18m$.

ФИПИ. 2019 г.

НЕ БУДЕТ использоваться при проведении ОГЭ 2019 г.

Значит, $-5n = 9k - 18m$; $5n = 9(2m - k)$, откуда n кратно 9. Поскольку $54 < n < 72$, получаем $n = 63$. На доске написано 63 числа.

б) Поскольку $k + m \leq 63$ и $2m - k = \frac{5n}{9} = 35$, получаем: $k + \frac{35+k}{2} \leq 63$;

$3k \leq 91$, значит, $k \leq 30$. При $k = 30$ не существует целого m , удовлетворяющего условию $2m - k = 35$, следовательно, $k \leq 29$. Если на доске 29 раз написано число 9; 32 раза написано число -18 и 2 раза написан 0, то такой набор чисел удовлетворяет условиям задачи.

Ответ: а) 63; б) 29.

Баллы	Содержание критерия
3	Обоснованно получен верный ответ в пунктах a и b
2	Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов
1	Верно получен один из следующих результатов: — обоснованное решение пункта a ; — искомая оценка в пункте b ; — пример в пункте b , обеспечивающий точность предыдущей оценки
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
3	<i>Максимальный балл</i>

ФИПИ. 2019 г.

НЕ БУДЕТ использоваться при проведении ОГЭ 2019 г.